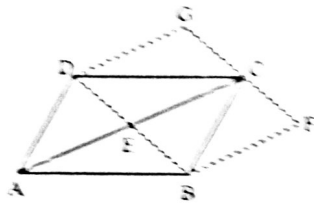
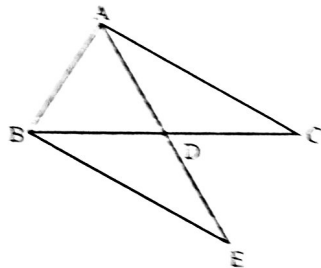


עבודת קיץ – גיאומטריה (4 יחידות)

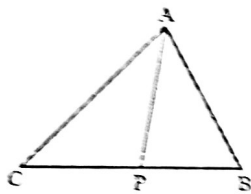
בצית עם סטולטים ומרובעים (כולל פרופורציה דמיון)



1. המרובעים $ABCD$ ו- $BECD$ הם מקבילים.
 נתון: $CG = CF$ (C על הקטע GF).
 א. הוכח: המרובע $BECD$ הוא מקבילית.
 ב. הוכח: אם המקבילים $ABCD$ הם מעוק, אז המרובע $BECD$ הוא מלבן.



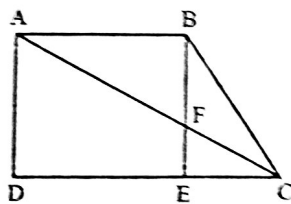
2. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש ABC, כך ש- $\angle ADB < 90^\circ$.
 נקודה E נמצאת על המשיך הקטע AD כך שמתקיים $AD = DE$, $AC = BE$.
 א. הוכח: AD תיכון ל-BC במשולש ABC.
 ב. הוכח: $S_{ABD} = S_{BDE}$.



3. בצויר שלפניך נתון: $AB = 12$ ס"מ, $AC = 15$ ס"מ, $CP = 10$ ס"מ, $FB = 8$ ס"מ.
 א. הוכח: AP חוצה את הזווית BAC.
 ב. הוכח: $\triangle ABP \sim \triangle CBA$.
 ג. חשב את אורך הקטע AP.

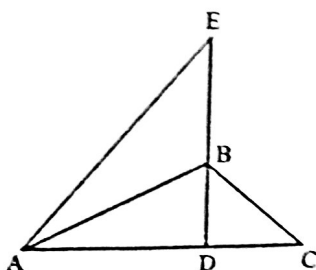
תשובה: ג. 10 ס"מ.

4. לפניך טרפז ישר-זווית ABCD ($\angle ADC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).

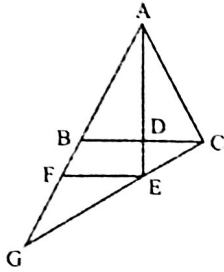


- BE הוא הגובה לבסיס DC, האלכסון AC חוצה את הזווית BCD, וחותך את הגובה BE בנקודה F.
 נתון: $\frac{BC}{EC} = 2$, $S_{BFC} = 4$ סמ"ר.
 א. חשב את שטח המשולש ABF.
 ב. חשב את שטח המלבן ABED.

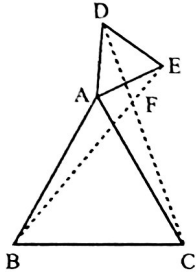
תשובה: א. 16 סמ"ר. ב. 48 סמ"ר.



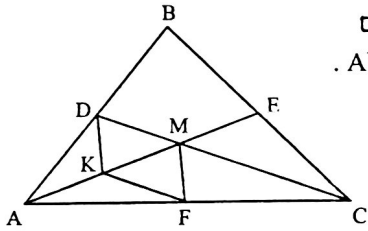
5. במשולש ABC, הגובה לצלע AC הוא BD. נקודה E נמצאת על המשיך הגובה BD, כך ש-AB חוצה את הזווית EAC (ראה ציור).
 נתון: $\angle BCA = 2 \cdot \angle BAC$.
 א. הוכח: $BC \cdot ED = BD \cdot EA$.
 ב. היעזר בנתונים ובסעיף א', והוכח: $BC \cdot ED = AD \cdot BE$.



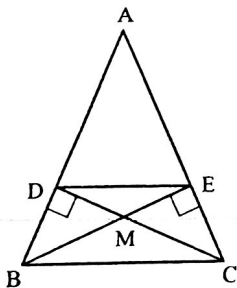
6. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).
 G היא נקודה על המשך הצלע AB.
 הקטע FE מקביל ל-BC.
 נתון: $\frac{GF}{BF} = \frac{AG}{AC}$. הוכח: $AE \perp BC$.



7. המשולשים ABC ו- ADE הם משולשים שוו-צלעות. הקטעים BE ו-CD נחתכים בנקודה F.
 א. הוכח: $BE = CD$.
 ב. הוכח: $\angle ACD = \angle ABE$.
 ג. חשב את הזווית $\angle BFC$.
תשובה: ג. 60° .

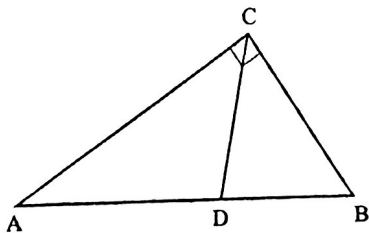


8. התיכונים AE ו-CD במשולש ABC נפגשים בנקודה M. נקודה K היא אמצע הקטע AM. F היא נקודה על הצלע AC כך ש- $KF \parallel DC$ (ראה ציור).
 א. הוכח: $2KF = MC$.
 ב. הוכח: המרובע KDMF הוא מקבילית.



9. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$), BE ו-CD הם גבהים לשוקיים. M היא נקודת המפגש בין הגבהים.
 א. (1) הוכח כי $BD = EC$.
 (2) הוכח כי $DE \parallel BC$.
 ב. נתון: $\angle ABC = 60^\circ$. מצא את היחס $\frac{DM}{MC}$.

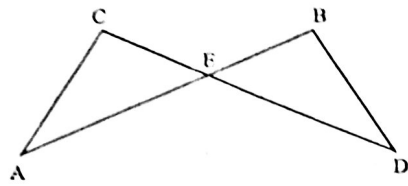
תשובה: ב. $\frac{1}{2}$.



10. במשולש ישר-זווית ACB ($\angle ACB = 90^\circ$) CD חוצה-זווית ACB (ראה ציור).
 א. (1) הוכח: $DB \cdot AC = BC \cdot AB - BC \cdot DB$.
 (2) נתון: $BC = 21$ מ"מ, $AC = 28$ מ"מ.
 חשב את האורך של הקטע DB.
 ב. מקדקוד C מורידים אנך ליתר AB. האנך חותך את היתר בנקודה N. הוכח כי $\frac{CN}{AC} = \frac{BC}{AB}$.
 ג. חשב את האורך של הקטע DN.

תשובה: א. (2) 15 מ"מ. ג. 2.4 מ"מ.

11. הקטעים AB ו-CD נחתכים בנקודה E. נתון: $AE \cdot EB = CE \cdot ED$.



א. הוכח כי $\triangle AEC \sim \triangle DEB$.

ב. הוכח כי $\triangle AED \sim \triangle CEB$.

ג. נתון גם: $CB \parallel AD$.

הוכח: $\triangle AEC \cong \triangle DEB$.

ד. נתון גם: $AC \perp CE$, $\frac{AD}{CB} = \frac{5}{3}$.

3 ס"מ $CE =$.

(1) חשב את האורך של ED.

(2) חשב את האורך של AC.

תשובה: ד. (1) 5 ס"מ. (2) 4 ס"מ.

12. משולש ABC הוא משולש ישר-זווית.

($\angle ABC = 90^\circ$). BE הוא תיכון לצלע AC,

ו-CD הוא תיכון לצלע AB.

התיכונים BE ו-CD נחתכים בנקודה F.

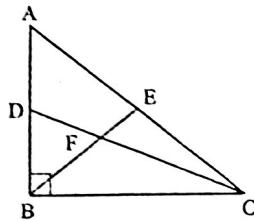
א. חשב את היחס $\frac{FB}{AC}$.

ב. חשב את היחס בין היקף המשולש BFC

להיקף המשולש EFD.

ג. נתון גם כי הנקודה M היא אמצע הקטע FC, והנקודה N היא אמצע

הקטע FB. הוכח כי המרובע DEMN הוא מקבילית.



תשובה: א. $\frac{1}{3}$. ב. 2.

13. במשולש ABC נתון: $AB = AC$, $AK = AL$.

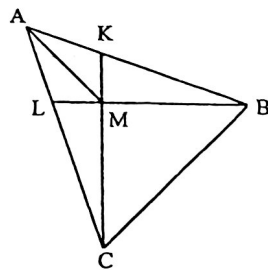
M היא נקודת המפגש בין הקטעים CK ו-BL.

א. הוכח: (1) $LB = KC$.

(2) $MK = ML$.

(3) $\angle MAC = \angle MAB$.

ב. נתון: מצא את היחס $\frac{AB}{AL} = \frac{CM}{MK} = \frac{7}{3}$.



תשובה: ב. $\frac{7}{3}$.

14. בטרפז ABCD ($BC \parallel AD$) הנקודות M ו-N

הם אמצעי הבסיסים, הקטעים CN ו-DM

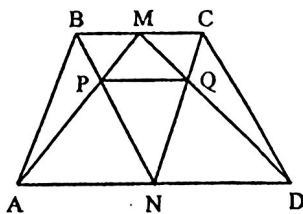
נחתכים בנקודה Q, הקטעים AM ו-BN

נחתכים בנקודה P (ראה ציור).

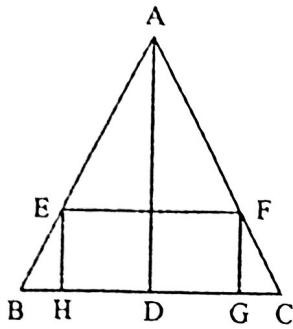
א. הוכח: $PQ \parallel AD$.

ב. נתון גם: $AD = 2a$, $BC = a$.

הבע באמצעות a את אורך הקטע PQ.



תשובה: ב. $\frac{2}{3}a$.



15. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$)

חסום מלבן $EFGH$, כך שהאלכסון HF

מאונך לשוק AC . AD הוא תיכון

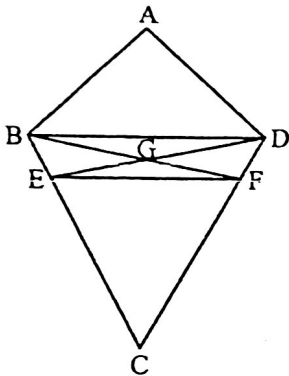
לבסיס BC . נתון: $AD = BC$.

א. הוכח: $\frac{GC}{FG} = \frac{1}{2}$.

ב. הוכח: $\triangle HGF \sim \triangle FGC$.

ג. נתון: 10 ס"מ $HG =$. מצא את GC .

תשובה: ג. 2.5 ס"מ.



16. $ABCD$ הוא דלתון שבו $AB = AD$ ו- $BC = DC$.

E נקודה על הצלע BC , ו- F נקודה על הצלע DC

כך ש- DE חוצה את הזווית ADC , ו- BF חוצה

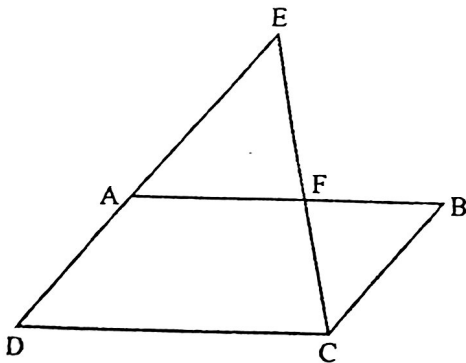
את הזווית ABC . DE ו- BF נפגשים בנקודה G

(ראה ציור).

א. הוכח: (1) $GB = GD$.

(2) $\triangle BGE \cong \triangle DGF$.

ב. הוכח כי המרובע $DBEF$ הוא טרפז שווה-שוקיים.



17. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית (ראה ציור).

א. הוכח: $\frac{BF}{FA} = \frac{AD}{AE}$.

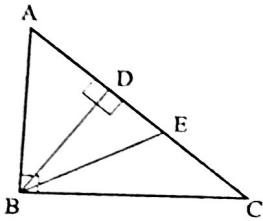
ב. (1) הוכח: $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{AD}{AE}$.

(2) היעזר בסעיף א' ובתת סעיף ב' (1),

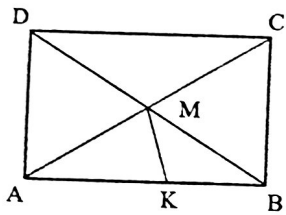
והוכח: $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle BEF}$.

טריגונומטריה במישור (4 יחידות)

הערה: התרגילים כוללים שימוש בפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס במשולש ישר-זווית, ושימוש במשפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים.

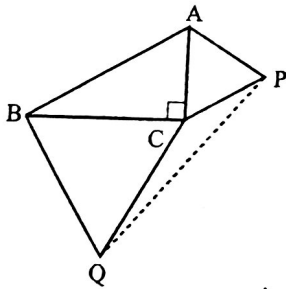


1. במשולש ישר-זווית ABC נתון: $AB = 6$ ס"מ, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = \alpha$.
 BD הוא גובה ליתר AC.
 BE הוא חוצה-זווית של $\angle ABC$ החיצוני.
 הבע את אורך הקטע EC באמצעות α .
תשובה: $6 \sin \alpha (\tan \alpha - \tan \frac{\alpha}{2})$.

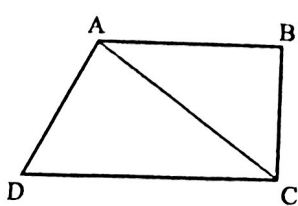


2. במלבן ABCD נתון: $AB = 8.4$ ס"מ, $AC = 10$ ס"מ, $AM = AK$.
 חשב את אורך הקטע MK.
תשובה: 2.828 ס"מ.

3. במשולש ABC נתון: $AB = 6$ ס"מ, $BC = 10$ ס"מ, $\angle ACB = 30^\circ$.
 חשב את אורך הצלע AC.
תשובה: 5.344 ס"מ או 11.98 ס"מ.

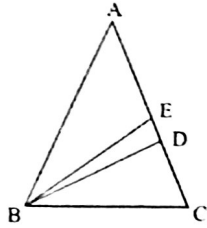


4. במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) נתון: $AB = 28.3$ ס"מ, $\angle ABC = 32^\circ$.
 על הניצבים AC ו-BC בנו משולשים שווים-צלעות ACP ו-BCQ.
 חשב את אורך הקטע PQ.
תשובה: 37.74 ס"מ.



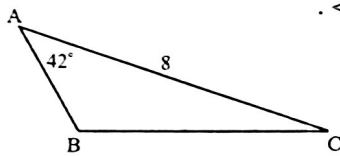
5. ABCD הוא טרפז ישר-זווית ($BC \perp DC$, $AB \parallel CD$).
 נתון: $AC = CD$, $\angle ACD = \alpha$.
 א. הבע באמצעות α את היחס בין שטח המשולש ACD לשטח המשולש ABC.
 ב. חשב את היחס הנ"ל כאשר $\alpha = 60^\circ$.

תשובה: א. $\frac{1}{\cos \alpha}$. ב. 2.

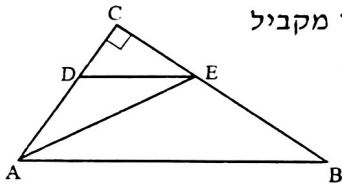


6. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
 BD הוא הגובה לשוק ו- BE הוא חוצה זווית של $\angle ABC$. נתון: $\angle BAC = 2\alpha$ ($\alpha < 30^\circ$),
 $AB = AC = 10$ ס"מ.
 א. הבע באמצעות α את שטח המשולש BDE.
 ב. הצב $\alpha = 30^\circ$ בביטוי שקיבלת בסעיף א'.
 הסבר את התוצאה שקיבלת.
תשובה: א. $\alpha \tan(45^\circ - \frac{1}{2}\alpha) \sin^2 2\alpha$. ב. 0.

7. אורך צלע במשולש הוא 15 ס"מ ואחת הזוויות שלידה היא 68° . אורך חוצה-זווית זו הוא 11 ס"מ. חשב את האורך של שתי הצלעות האחרות.
תשובה: 15.26 ס"מ, 11.90 ס"מ.



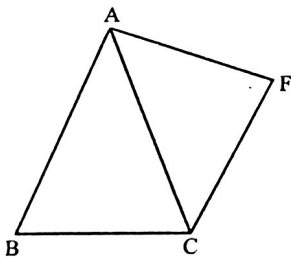
8. במשולש ABC נתון: $AC = 8$ ס"מ, $\angle A = 42^\circ$.
 והצלע BC ארוכה ב- 5 ס"מ מהצלע AB.
 א. חשב את אורך הצלע BC.
 ב. BD הוא תיכון לצלע AC.
 חשב את שטח המשולש BCD.
תשובה: א. 6.782 ס"מ. ב. 2.385 סמ"ר.



9. במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) העבירו מקביל ליתר, החותך את הניצבים בנקודות D ו- E.
 נתון: $DE = m$, $\angle ABE = \alpha$, $\angle DAE = \alpha$.
 הבע באמצעות m ו- α
 את אורכי הקטעים AB ו- BE.

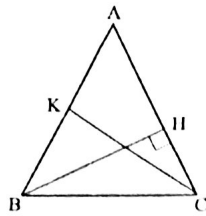
תשובה: $\frac{m \cos \alpha \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha}$, $\frac{m \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$

10. במשולש ABC נתון: $AB = 2AC$, $\angle BAC = 120^\circ$.
 מצא את גודלן של הזוויות B ו- C.
תשובה: 19.11° , 40.89° .



11. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) בנו על השוק AC משולש שווה-שוקיים AFC כך ש- $AF = CF = BC = a$.
 נסמן: $\angle ABC = \alpha$, $\angle AFC = \beta$.
 א. (1) הבע את האורך של השוק AC באמצעות a ו- α .
 (2) הוכח כי $\cos \beta = 1 - \frac{1}{8 \cos^2 \alpha}$.
 ב. נתון כי משולש AFC הוא ישר-זווית.
 מצא את הזוויות במשולש ABC.

תשובה: א. (1) $\frac{a \sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{a}{2 \cos \alpha}$. ב. 69.295° , 69.295° , 41.41° .

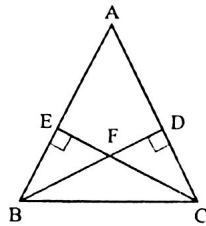


12. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) שווה אורך הבסיס ל- a , והזווית שלידו ל- β ($\beta > 45^\circ$).
 BH הוא גובה לשוק AC ו-CK תיכון לשוק AB.
 הבע באמצעות a ו- β :
 א. את אורך הקטע AH.
 ב. את שטח המשולש AKH.

תשובה: א. $a \sin \beta \tan(2\beta - 90^\circ) = \frac{-a \sin \beta \cos 2\beta}{\sin 2\beta}$. ב. $\frac{-a^2 \sin^2 \beta \cos 2\beta}{4 \sin 2\beta}$

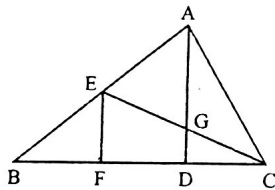
בעיות המשלבות גיאומטריה וטריגונומטריה

השאלות הבאות משלבות ידע מגיאומטריה וטריגונומטריה.



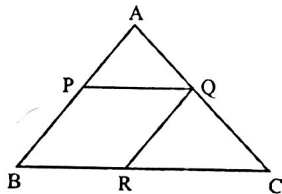
1. במשולש ABC, BD ו-CE הם גבהים לצלעות AC ו-AB. נתון: $BD = CE$.
 א. הוכח: המשולש ABC הוא שווה-שוקיים.
 ב. נתון: $DC = 5$ ס"מ, $CE = 8$ ס"מ. חשב את הזווית BAC.

תשובה: ב. 64.01° .



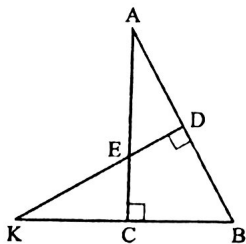
2. AD הוא הגובה ל-BC במשולש ABC.
 EF הוא הגובה ל-BC במשולש EBC.
 נתון: $BF = FD = DC$.
 א. הוכח: $AG = 3DG$.
 ב. נתון: $DF = 2DG$. חשב את הזווית ACG.

תשובה: ב. 36.87° .



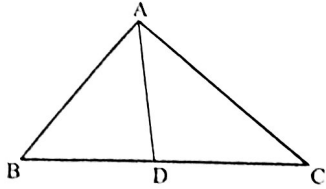
3. במשולש ABC חסום מעוין BPQR. נתון: $BP = 4.8$ ס"מ, $BC = 12$ ס"מ.
 א. מצא את אורך הצלע AB.
 ב. נתון גם: $\angle BAC = 72^\circ$. חשב את אורך הקטע CQ.

תשובה: א. 8 ס"מ. ב. 7.051 ס"מ.



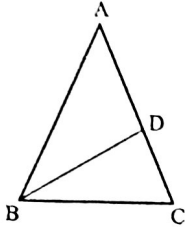
4. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$). האנך האמצעי ליתר AB חותך את היתר בנקודה D, את הניצב AC בנקודה E ואת המשך הניצב BC בנקודה K.
 א. הוכח: $\triangle AED \sim \triangle KBD$.
 ב. נתון: $KE = 3a$, $DE = a$. חשב את הזווית B.

תשובה: ב. 63.43° .



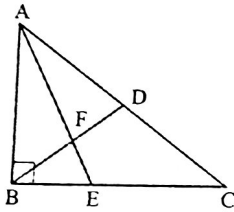
5. AD הוא חוצה-זווית A במשולש ABC (ראה ציור). נתון: $\angle BAC = 50^\circ$,
 4 ס"מ $BD =$, 5 ס"מ $DC =$.
 א. מצא את היחס בין הצלע AC לצלע AB.
 ב. מצא את אורך הצלע AB.

תשובה: א. 5:4 . ב. 9.207 ס"מ.



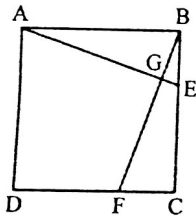
6. ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$).
 נתון: $\angle ABD = \angle DBC$, $BD = BC$.
 א. חשב את זוויותיו של המשולש ABC.
 ב. הבע את אורך בסיס המשולש בעזרת b - שוק המשולש.

תשובה: א. $72^\circ, 72^\circ, 36^\circ$. ב. $0.618b$.



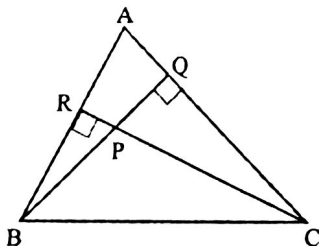
7. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
 BD הוא התיכון לצלע AC ו-
 AE חוצה את הזווית BAC.
 נתון: 3 ס"מ $BE =$, 5 ס"מ $CE =$.
 א. חשב את אורך היתר AC.
 ב. חשב את שטח המשולש ADF.

תשובה: א. 10 ס"מ. ב. $5\frac{5}{11}$ סמ"ר.



8. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות BC ו-DC של ריבוע ABCD. נתון: $BE = CF$.
 א. הוכח: המרובע AGFD בר-חסימה במעגל.
 ב. הוכח: $\angle DGF = \angle DAF$.
 ג. נתון: 4 ס"מ $DF =$, 2 ס"מ $CF =$.
 חשב את הזווית DGF.

תשובה: ג. 33.69° .



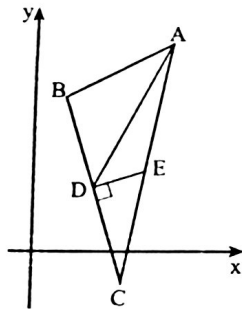
9. CR ו-BQ הם גבהים במשולש ABC הנחתכים בנקודה P. נתון: 9 ס"מ $CP =$,
 6 ס"מ $BP =$, 8 סמ"ר $S_{BPR} =$, $BR > PR$.
 א. הוכח: $\triangle BPR \sim \triangle CPQ$.
 ב. חשב את שטח המשולש CPQ.
 ג. חשב את הזווית PCQ.

תשובה: ב. 18 סמ"ר. ג. 31.37° .

הנדסה אנליטית (4 יחידות)

1. במשולש ABC משוואת הצלע BC היא $y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$. נתון: $A(-1;11)$.
 AD הוא הגובה לצלע BC. מצא את שיעורי הנקודה D.
 תשובה: (1; 3).

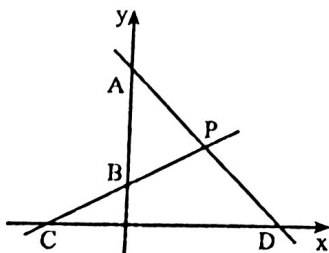
2. במשולש ABC משוואת הגובה לצלע AB היא $y = 2x - 5$ ומשוואת הגובה לצלע AC היא $3y - x = 0$.
 אחד מקדקודי המשולש הוא בנקודה (13; -9).
 א. איזה מקדקודי המשולש הוא בנקודה (13; -9)?
 ב. מצא את שני הקדקודים האחרים של המשולש.
 תשובה: א. A. ב. $B(-3; -1)$, $C(7; 9)$.



3. במשולש ABC DE הוא אנך אמצעי לצלע BC.
 משוואת התיכון AD היא $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$.
 משוואת DE היא $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.
 משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$.
 מצא את שיעורי הקדקודים A, B ו-C.
 תשובה: $A(5; 7)$, $B(1; 5)$, $C(3; -1)$.

4. במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = 3x - 5$. נתון: $B(4; 7)$.
 משוואת התיכון CD לצלע AB היא $y = -x + 15$.
 א. מצא את שיעורי הקדקוד A. ב. הוכח: $S_{ADC} = S_{BDC}$.
 תשובה: א. (6; 13).

5. א. מצא את הנקודות על הישר $y = x + 2$ שמרחקן מהנקודה (7; 8) הוא 5.
 ב. מצא נקודה על הישר $x = 4$ הנמצאת במרחק שווה מהנקודות $F(6; 4)$ ו- $E(1; 9)$.
 תשובה: א. (10; 12) או (3; 5). ב. (4; 6).



6. בציר מתוארים הישרים AD ו-BC.
 הנחתכים בנקודה $P(6; 6)$.
 משוואת הישר BC היא $y = mx + 3$.
 שטח המשולש ABP הוא 27 יח"ר.
 א. מצא את הערך של m.
 ב. חשב את שטח המרובע BODP.
 (O - ראשית הצירים).

תשובה: א. $\frac{1}{2}$. ב. 45 יח"ר.

7. המשולש ABC הוא ישר-זווית. משוואת היתר AC היא $y = -\frac{1}{3}x + 7$ ומשוואת הניצב BC היא $y = 2x$. הנקודה $D(-2;1)$ נמצאת על הניצב AB. א. מצא את שיעורי הקדקוד A. ב. מצא את משוואת הגובה ליתר AC. תשובה: א. $(-42;21)$. ב. $y = 3x$.

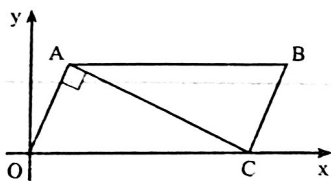
8. במשולש ישר-זווית ABC, הזווית ACB היא ישרה. נתון: $A = (0;6)$, $B = (21;9)$, והקדקוד C נמצא על ציר ה-x. מהם שיעורי הקדקוד C? מצא את שני הפתרונות האפשריים, C_1 ו- C_2 . תשובה: $(3;0)$ או $(18;0)$.

9. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) נתון: $C(-1;14)$, $B(3;16)$. א. מצא את שיעורי הקדקוד A, אם נתון שהוא נמצא על הישר $y = 9$. ב. מצא את משוואת הגובה לשוק AC. תשובה: א. $(4;9)$. ב. $y = x + 13$.

10. ABC הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים ($\angle C = 90^\circ$). נתון: $B(4;1)$, $C(8;3)$. א. מצא את משוואת הניצב AC. ב. מצא את שיעורי הנקודה A (שני פתרונות). תשובה: א. $y = -2x + 19$. ב. $(6;7)$ או $(10;-1)$.

11. במקבילית ABCD משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{3}x + 7$ ומשוואת הצלע AD היא $y = -2x - 7$. אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה $(3;4.5)$. מצא את שיעורי קדקודי המקבילית. תשובה: $A(-6;5)$, $B(9;10)$, $C(12;4)$, $D(-3;-1)$.

12. נתונה מקבילית OABC. קדקוד O בראשית הצירים. משוואת הצלע AB היא $y = 4$. נתון: $\angle OAC = 90^\circ$, $C(10;0)$. א. מצא את שיעורים של הקדקוד A (רשום את שתי האפשרויות). ב. חשב את שטח המקבילית, עבור כל אחת מהאפשרויות שמצאת בסעיף א'. תשובה: א. $(2;4)$ או $(8;4)$. ב. 40 יח"ר או 40 יח"ר.



13. ABCD הוא מלבן ששנייהם מקדקודיו הם $A(1;2)$ ו- $B(-1;-2)$. האלכסון AC נמצא על הישר $7x + ky = 15$. א. מצא את הערך של k. ב. מצא את שני הקדקודים האחרים של המלבן. תשובה: א. 4. ב. $C(5;-5)$, $D(7;-1)$.

14. ABCD הוא מלבן ששנייהם מקדקודיו הם $A(-3;-2)$ ו- $D(-4;2)$. אורך הצלע AB הוא $2\sqrt{17}$. א. מצא את שיעורי הקדקוד B. רשום את שתי האפשרויות. ב. מצא את שיעורי הקדקוד C. רשום את שתי האפשרויות.

תשובה: א. $(5;0)$ או $(-11;-4)$. ב. $(4;4)$ או $(-12;0)$.

15. במעוין ABCD, שניים מהקדקודים הם $A(3;1)$ ו- $B(7;4)$. משוואת האלכסון AC היא $y=2x-5$. מצא את שיעורי הקדקודים C ו- D.

תשובה: $C(7;9)$, $D(3;6)$.

16. במעוין ABCD האלכסון AC מונח על הישר $y=2x-8$, הצלע AB מונחת על הישר $y=-8x+2$. אלכסוני המעוין נחתכים על ציר ה- x.
א. מצא את קדקודי המעוין.
ב. חשב את שטח המעוין.

תשובה: א. $A(1;-6)$, $B(0;2)$, $C(7;6)$, $D(8;-2)$. ב. 60.

17. שני קדקודים סמוכים של ריבוע הם בנקודות $A(1;4)$ ו- $B(3;4)$.
א. מצא את משוואת הצלע BC.
ב. מצא את שיעורי הקדקוד C (שתי אפשרויות).

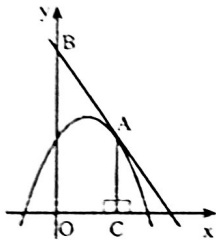
תשובה: א. $x=3$. ב. $(3;6)$ או $(3;2)$.

18. קדקודי המרובע ABCD הם: $A(8;6)$, $B(12;4)$, $C(11;1)$, $D(5;4)$.
א. הוכח שהמרובע הוא טרפז.
ב. חשב את אורך הגובה היורד מקדקוד A לצלע DC.
ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה: ב. $\sqrt{9.8}$. ג. 17.5.

חשבון דיפרנציאלי – פולינומים (4 יחידות)

1. הישר $y=5$ חותך את הפרבולה $y=x^2+1$ בשתי נקודות.
 א. מצא את משוואות המשיקים לפרבולה בנקודות אלה.
 ב. מצא את נקודת החיתוך בין שני המשיקים שמצאת בסעיף א'.
 תשובה: א. $y=4x-3$, $y=-4x-3$. ב. $(0; -3)$.



2. לגרף הפונקציה $y=-x^2+2x+3$ מעבירים משיק בנקודה $A(2;3)$. המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה B . מנקודה A מורידים אנך AC לציר ה- x . חשב את שטח הטרפז $ABOC$ (O - ראשית הצירים).
 תשובה: 10.

3. הישר $y=2x+4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)=x^2+8x+c$. מצא את ערכו של c .

תשובה: 13.

4. לגרף הפונקציה $y=ax^2+1$ מעבירים משיק בנקודה $x=1$.
 א. הבע באמצעות a את משוואת המשיק.
 ב. המשיק שמצאת בסעיף א' חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x=2$. מצא את a .

תשובה: א. $y=2ax+1-a$. ב. $-\frac{1}{3}$.

- חקור את הפונקציות הבאות על פי הסעיפים הבאים ומצא:
 א. תחום הגדרה. ב. נקודות מינימום ומקסימום. ג. תחומי עלייה וירידה.
 ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. שרטט את גרף הפונקציה.

5. $y=x(12-x^2)$ 6. $y=x^4-18x^2+32$

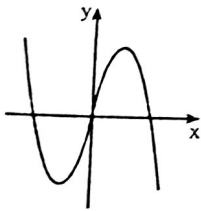
7. נתונה הפונקציה $f(x)=-x^3+15x^2-63x+49$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
 ב. הראה שאחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא $(1;0)$.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה ולציר ה- x ?

8. חקור את הפונקציה $y=3x^4-8x^3+6x^2$ ומצא: א. תחום הגדרה. ב. נקודות מינימום ומקסימום. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

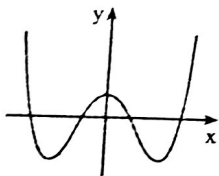
9. נתונה הפונקציה $y = x^4 - 4x^2$.
- חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, נקודות חיתוך עם הצירים.
 - מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 - מצא לאילו ערכים של k , הפונקציה חותכת את הישר $y = k$:
 - ב-4 נקודות.
 - ב-3 נקודות.
 - ב-2 נקודות.
 - באף נקודה.

10. לפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + mx + 10$ יש נקודת קיצון ב- $x = 1$.
- מצא את m .
 - מצא את נקודות המקסימום והמינימום של הפונקציה, ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) - 13 = 0$.

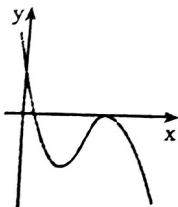
תשובות:



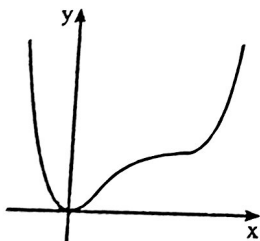
- 5.
- כל x .
 - מקסימום, $(2; 16)$, מינימום, $(-2; -16)$.
 - עלייה: $-2 < x < 2$.
 - ירידה: $x < -2$ או $x > 2$.
 - $(-3.464; 0)$, $(3.464; 0)$, $(0; 0)$.



- 6.
- כל x .
 - מקסימום, $(0; 32)$, מינימום, $(-3; -49)$.
 - עלייה: $x > 3$ או $-3 < x < 0$.
 - ירידה: $0 < x < 3$ או $x < -3$.
 - $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; 0)$, $(-4; 0)$, $(4; 0)$, $(0; 32)$.



- 7.
- תחום הגדרה: כל x .
 - נקודות קיצון: $(3; -32)$ מינימום, $(7; 49)$ מקסימום.
 - עלייה: $3 < x < 7$; ירידה: $x < 3$ או $x > 7$.
 - נקודת חיתוך: $(0; 49)$.
 - בשתי נקודות.



- 8.
- כל x .
 - מינימום, $(0; 0)$.
 - עלייה: $x > 0$, ירידה: $x < 0$.
 - $(0; 0)$.

9. א. תחום הגדרה: כל x . נקודות קיצון: $(\sqrt{2}; -4)$ מינימום, $(0; 0)$ מקסימום, $(-\sqrt{2}; -4)$ מינימום. נקודות חיתוך: $(-2; 0)$, $(0; 0)$, $(2; 0)$.
- חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$, שליליות: $-2 < x < 2$, $x \neq 0$.
 - $-4 < k < 0$ (1). $k = 0$ (2). $k > 0$ (3) או $k = -4$ (4). $k < -4$ (4).

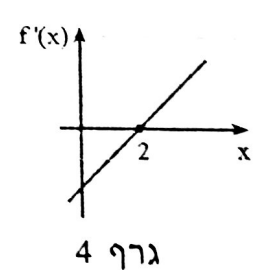
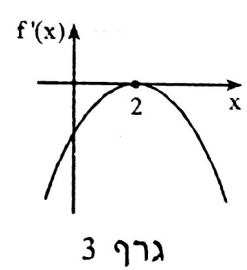
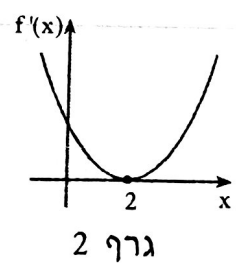
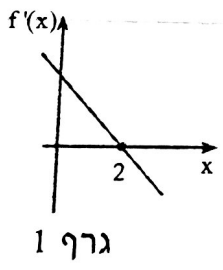
11. הפונקציה $y = x^3 - 15x^2 + 48x - 3$ מוגדרת בקטע $[0, 11]$.
 א. מצא את הערך הגדול ביותר ואת הערך הקטן ביותר של הפונקציה.
 ב. הסבר מדוע גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בשלוש נקודות שונות.
 תשובה: א. $41, -67$.

12. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y = (x^2 - 8)^5$ בנקודה $x = 3$.
 תשובה: $y = 30x - 89$.

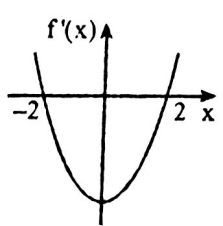
13. לגרף הפונקציה $y = (x + 4)^3$ מעבירים שני משיקים בעלי שיפוע 3.
 א. מצא את שיעורי נקודות ההשקה.
 ב. מצא את משוואות המשיקים.
 תשובה: א. $(-3; 1), (-5; -1)$. ב. $y = 3x + 10, y = 3x + 14$.

14. מצא עבור הפונקציה $y = (x^2 - 6x)^3$:
 א. נקודות מינימום ומקסימום. ב. תחומי עלייה וירידה.
 ג. נקודות חיתוך עם הצירים. ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

15. לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x = 2$.
 א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x < 2$?
 ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



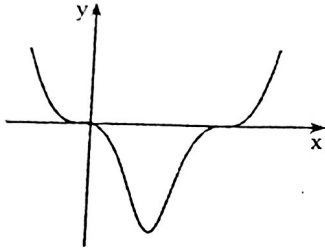
16. לפונקציה $g(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד. נקודת מקסימום ב- $x = -1$ ונקודת מינימום ב- $x = 5$. שרטט גרף של הפונקציה הנגזרת $g'(x)$.



17. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
 א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ג. נתון גם: $f(0) = 0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

18. נתונה הפונקציה $y = x^2 + 4ax - 5a^2$, $a > 0$.
- א. מצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים (במידת הצורך, הבע תשובותיך באמצעות a).
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. נתון כי המרחק בין שתי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x הוא 8. מהי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y ?

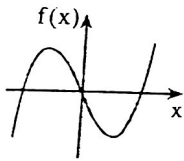
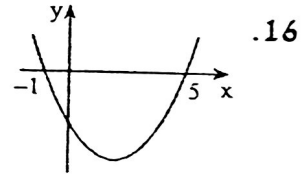
תשובות:



14. א. $(3; -729)$ מינימום.

- ב. עלייה: $x > 3$, ירידה: $x < 3$.
- ג. א. $(0; 0)$, $(6; 0)$.

15. א. חיובי. ב. גרף 1.



ג.

17. א. עלייה: $x > 2$ או $x < -2$,

ירידה: $-2 < x < 2$.

ב. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מינימום.

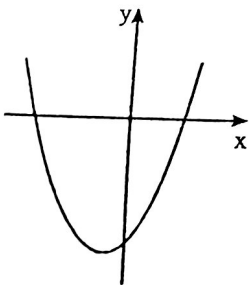
18. א. תחום הגדרה: כל x .

נקודות קיצון: $(-2a; -9a^2)$ מינימום.

תחומי עלייה: $x > -2a$, תחומי ירידה: $x < -2a$.

נקודות חיתוך: $(0; -5a^2)$, $(a; 0)$, $(-5a; 0)$.

ג. $(0; -8\frac{8}{9})$.



עבודת קיץ - פונקצית שורש (4 יחידות)

מהספר בני גורן חלק ב-2:

תרגילים	עמוד	הנושא
1	109	חקירת פונקצית שורש
2,3	110	
20-22 ,5-13	111	
23	112	
14-20	187	בעיות קיצון עם פונקצית שורש
19 ,17 ,16	194	
26-29	195	
14-17	222	
20-22	223	
23-25	224	