

עירוני ג' ע"ש מוטה גור - מודיעין

## עבודת קיץ במתמטיקה

למסיימי כיתה ט'

המיועדים ל-4 יח"ל

הבהרות:

1. הגשת העבודה חובה לכל התלמידים. יש להגיש את העבודה בשיעור הראשון של תחילת השנה.
2. בתחילת השנה יתקיים בוחן על המשימות בעבודה.

תשע"ח

1. היעזרו גם בחוקי החזקה כדי לפשט את הביטויים, כתבו את תחום ההצבה:

$$\frac{3a^2 b^{-2}}{9ab} = \quad .א$$

$$\frac{(4-x)^2}{(4-x)} = \quad .ב$$

$$\frac{x^4 - 5x^3}{x^2 - 5x} = \quad .ג$$

2. השלמו מספר מתאים כך שהביטויים יהיה שווים:  $(5x)^2 y^3 \cdot x = \square (xy)^{\square}$

3. רשמו:  $=, <, >$

$(-4)^8$ _____ $4^8$	$(-5)^6$ _____ $-5^6$	$-7^5$ _____ $(-7)^5$	$(\frac{2}{3})^4$ _____ $(\frac{2}{3})^3$
----------------------	-----------------------	-----------------------	---

4. הציבו את המספר הנתון בביטוי האלגברי וחשבו.

הביטוי	המספר שיש להציב	הצבה וחישוב
$18x^2 - 3x$	$x = \frac{2}{3}$	
$-x^2 + 4x - 10$	$x = -3$	
$2x^2 - x$	$x = -1$	

5. פשטו את הביטויים הבאים.

$x^2 + 6x + 9$	$x^2 - 7x + 12$	$\frac{x^2 - 10x}{2x}$
$\frac{x^2 - 8x}{x^2 - 10x + 16}$	$\frac{2x - 10}{x^2 - 10x + 25}$	$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$

6. פתרו את המשוואות ומערכות המשוואות הבאות.

1) $5x^2 + 6x - 8 = 0$	2) $(x + 2)(x - 6) + 101 = (2x - 5)(x + 3)$
3) $\begin{cases} x - y = 5 \\ xy = 3 \end{cases}$	4) $\begin{cases} 3x + 4y + 5 = 20 - 2y \\ x - 8y = x - 16 \end{cases}$
5) $(x + 3)^2 + (x - 2)^2 = 25$	6) $3(x - 2)^2 - 2(x + 3)^2 = 75$
7) $\begin{cases} y = 3x + 7 \\ y = x^2 + 5x + 8 \end{cases}$	8) $(2x + 1)^2 = 3x^2 + 4x - 6$

$$\frac{x}{x+3} = \frac{x-1}{7-x}$$

7. פתרו את המשוואה. בדקו את תחום ההצבה.

$$(2x - 3)^2 - (x + 3)^2 = x^2$$

8. פתרו את המשוואה.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{4}$$

9. פתרו את המשוואה. בדקו את תחום ההצבה.

$$\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x^2 - 2x} + \frac{1}{x} = 0$$

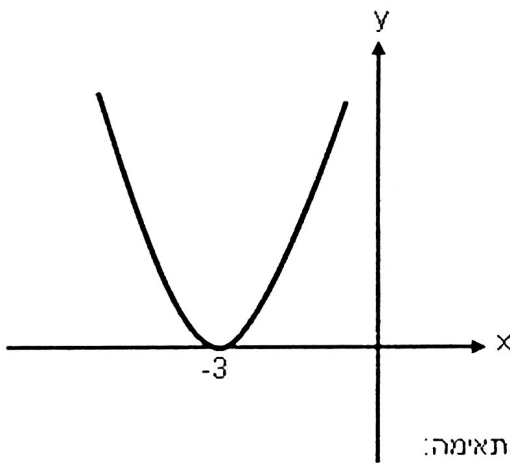
10. פתרו את המשוואה, בדקו תחום הצבה.

11 פתרו את אי השוויונות הבאים.

א)  $x^2 + 2x + 14 \geq 5$

ב)  $-x^2 - 3x + 10 \leq 0$

ג)  $4x(7-x) - 7 > 42$



12 לפניכם הפרבולה  $y = x^2 + 6x + 9$

וארבעה אי שוויונות:

א)  $x^2 + 6x + 9 < 0$

ב)  $x^2 + 6x + 9 \leq 0$

ג)  $x^2 + 6x + 9 > 0$

ד)  $x^2 + 6x + 9 \geq 0$

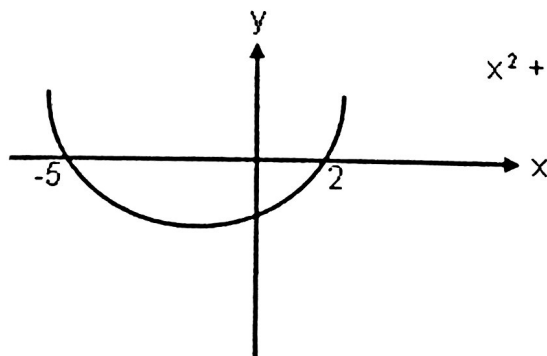
התאימו לכל אי שוויון את קבוצת הפתרונות המתאימה:

(1) אין פתרון

(2)  $x = -3$

(3) כל מספר הוא פתרון

(4) כל  $x$  כך ש-  $x \neq -3$



13. קבוצת הפתרונות של אי השוויון  $x^2 + bx + c > 0$

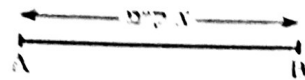
היא  $x < -5$  או  $x > 2$ .

מהם הערכים של  $c$  ו- $b$ ?

## שאלות מילוליות.

1. מורה להיסטוריה הזמין 8 עותקים של הספר "ההיסטוריה של המזרח-התיכון" ו-12 עותקים של הספר "יוון ורומא בעת העתיקה". לפי המחירון, היה צריך המורה לשלם עבור כל ההזמנה 940 ש"ח. בגלל ההזמנה המרוכזת קיבל המורה הנחה של 16% על הספר "ההיסטוריה של המזרח-התיכון" והנחה של 20% על הספר "יוון ורומא בעת העתיקה". בסך-הכל שילם המורה 768 ש"ח. מה היה המחיר של עותק "ההיסטוריה של המזרח-התיכון" ושל עותק "יוון ורומא בעת העתיקה" לפני ההנחה (כלומר מהו המחיר לפי המחירון)?
2. מחירו המקורי של מוצר שהיה 1,600 ש"ח, שונה פעמיים. השינוי הראשון היה העלאת מחיר המוצר ב- $x\%$ . ממחירו ההתחלתי. השינוי השני היה הורדת מחיר המוצר ב- $(x+5)\%$  מהמחיר שנקבע אחרי השינוי הראשון. מחיר המוצר אחרי שני השינויים הללו היה 1,440 ש"ח. חשב בכמה אחוזים התייקר המוצר בשינוי הראשון.
3. בייס קנה מספר מסוים של מחברות ושילם תמורתן 144 ש"ח. אם המחיר של כל מחברת היה נמוך ב-20 אגורות, ביה"ס היה מקבל עבור אותו סכום ששילם (144 ש"ח) 3 מחברות יותר ממה שקיבל. כמה מחברות רכש ביה"ס, וכמה שילם עבור כל מחברת.
4. חברת טיולים משוקת חבילות תיור לקבוצות מאורגנות. אם קבוצת מטיילים מונה 50 מטיילים או פחות, משלם כל אחד מהמטיילים 600 ש"ח. על כל מטייל שנוסף ל-50 המטיילים הראשונים, משלם כל אחד מהמטיילים 5 ש"ח פחות. קבוצת מטיילים מסוימת שילמה 32,480 ש"ח. כמה מטיילים היו בקבוצה?
5. מכונית ומשאית יצאו בו-זמנית משתי ערים שהמרחק ביניהן 180 ק"מ. הם נסעו זה לקראת זה ונפגשו כעבור שעה ו-20 דקות. ידוע כי המכונית עוברת מרחק של 3 קילומטר בשתי דקות פחות מהמשאית. מצא את מהירות הנסיעה של שני הרכבים ואת הדרך שעברו עד הפגישה.
6. שתי מכוניות יצאו באותו הזמן ונעו מעיר א' לעיר ב', הנמצאות 270 ק"מ צפונה לעיר א'. המכונית הראשונה עברה את כל הדרך במהירות קבועה. המכונית השנייה עברה שני שלישי מהדרך במהירות הגדולה ב-10 קמ"ש מזו של המכונית הראשונה ואת יתרת הדרך עברה המכונית השנייה במהירות הקטנה ב-10% מזו של המכונית הראשונה. המכונית הראשונה הגיעה לעיר ב' ב- $7\frac{1}{2}$  דקות אחרי המכונית השנייה. מצא את מהירות המכונית הראשונה.

7.



המרחק בין שתי נקודות A ו-B בנהר הוא x ק"מ. הנהר זורם מ-A ל-B במהירות של 6 קמ"ש. אדם שט מ-A ל-B וחוזר חזרה מ-B ל-A. סך כל הזמן שארך השיט היה 9 שעות. אילו לא היה זרם בנהר, האדם היה שט את הדרך הלוך ושוב בזמן של 8 שעות. מה המרחק בין שתי הנקודות A ו-B ( $x = ?$ ), ומה היתה מהירות השיט ללא זרם המים בנהר?

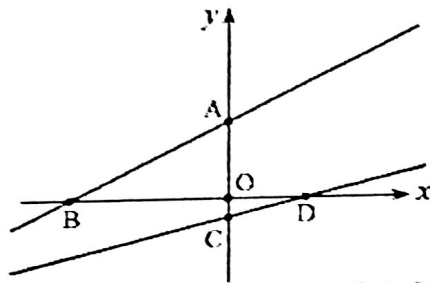
תשובות:

1. 50 ש, 45 ש"ח  
 2.  $x=20$   
 3. 45 מחברות, 3.2 ש"ח למחברת  
 4. 58 מטיילים או 112 מטיילים, 90 קמ"ש = x, 80 ק"מ = x, 72 ק"מ, 18 קמ"ש.

פונקציה קווית.

1.

בסרטוט משמאל מתוארים הגרפים של הפונקציות הבאות:



I  $y = \frac{1}{2}x + 4$

II  $y = \frac{1}{4}x - 1$

(א) התאימו גרף לכל אחת מהמשוואות.

(ב) חשבו את שיעורי הנקודות:

A, B, C, D.

(ג) פי כמה גדול שטח  $\Delta AOB$  משטח  $\Delta OCD$ ?

(ד) חשבו את שטח  $\Delta ABD$  (המשולש איננו מסורטט).

2.

נתונת משוואת של שני ישרים:  $y = 6x - 6$ ,  $y = -4x - 21$ .

הישרים נחתכים בנקודה M.

(א) מצאו את שיעורי הנקודה M.

(ב) האם הישר, שמשוואתו  $y = 4x + 9$  עובר דרך הנקודה M?

(ג) חשבו את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.

3.

נתונות הנקודות: A(4,6), B(-8,12).

מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הישר AB עם הישר

שמשוואתו  $y = -3x - 2$ .

4.

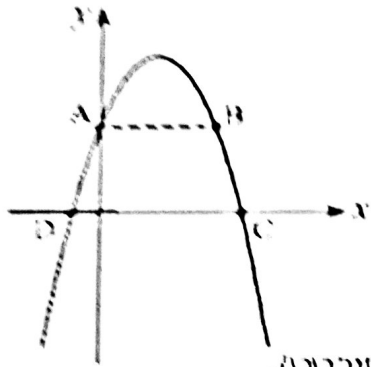
מצאו משוואה של ישר ששיפועו -0.4, העבר דרך נקודת החיתוך

של שני הישרים  $y = x + 1$  ו-  $2x - 3y = 1$ .

תשובות:

1. (א) AB: I, CD: II  
 (ב) A(0,4), B(-8,0), C(0,-1), D(4,0)  
 (ג) 8  
 (ד)  $S_{\Delta ABD} = 24$  יחידות שטח
2. (א) M(1.5,15)  
 (ב) ק. (ג) 15.075 יחידות אורך  $\approx \sqrt{227.25}$
3. (-4,10)
4.  $y = -\frac{2}{5}x + 5$

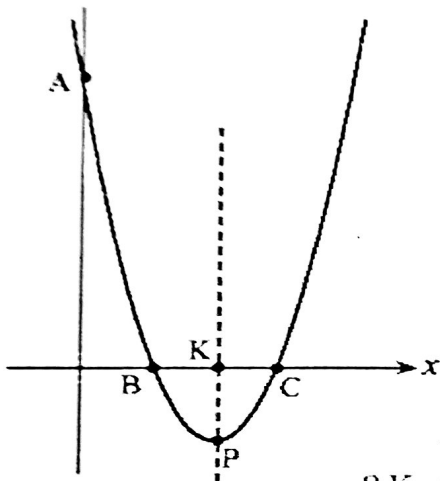
1.



נתון גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 4x + 5$ .  
 הפרבולה המתאימה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודות  $A$  ו- $B$ . מקביל לציר ה- $x$ , הנקודות  $C$  ו- $D$  הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $x$ .

- (א) חשבו את שיעורי הנקודות  $A, B, C, D$ .  
 (ב) חשבו את שטח הטרפז  $ABCD$  (הטרפז איננו מסורטט).

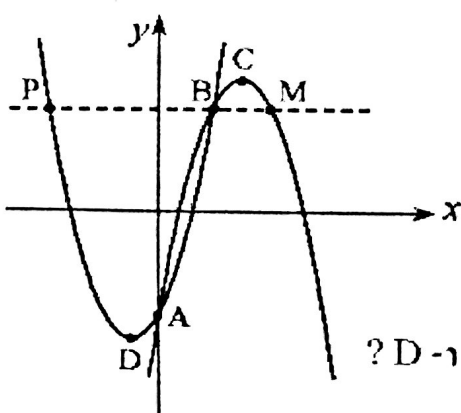
2.



בסרטוט נתון גרף הפונקציה  $y = x^2 - 10x + 24$ .  
 $KP$  הוא ציר הסימטריה של הפרבולה המתאימה (הנקודה  $K$  נמצאת על ציר ה- $x$  והנקודה  $P$  היא קדקוד הפרבולה).  
 חשבו את שיעורי הנקודות  $A, B, C, P, C, B, A$  (הנקודות  $A, B, C, P$  הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים).

- (א) חשבו את שיעורי הנקודות  $A, B, C, P, C, B, A$  (הנקודות  $A, B, C, P$  הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים).  
 (ב) מהי משוואת הישר העובר דרך הנקודות  $A$  ו- $K$ ?  
 (ג) דרך הנקודה  $C$  העבירו ישר המקביל לישר  $AK$ . רשמו את הפונקציה המתארת ישר זה.  
 (ד) חשבו את שטח  $\Delta ABC$  (המשולש איננו מסורטט).

3.



בסרטוט נתונים הגרפים של הפונקציות  $y = x^2 + 2x - 4$  ו- $y = -x^2 + 6x - 4$ .

- (א) מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות  $A$  ו- $B$  (הנקודות  $A$  ו- $B$  הן נקודות החיתוך בין הפרבולות).  
 (ב) מהי משוואת הישר העובר דרך הנקודות  $C$  ו- $D$ ? (הנקודות  $C$  ו- $D$  הן קדקודי הפרבולות).  
 (ג) דרך הנקודה  $B$  העבירו מקביל לציר ה- $x$  החותך את הפרבולות בנקודות נוספות  $M$  ו- $P$  (ראו סרטוט).  
 חשבו את שטח  $\Delta PAM$  (המשולש איננו מסורטט).

## סונקציה ריבועית ואי שוויונות

1.

נתונה הפרבולה:  $y = x^2 + 6x + 9$ .

- (א) מצא את נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- $x$ .  
 (ב) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.  
 (ג) עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה עולה, ועבור אילו היא יורדת?  
 (ד) מהו הערך המינימלי של הפונקציה?

2.

נתונה הפונקציה  $y = x^2 + 3x - 4$ .

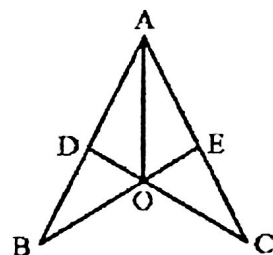
- (א) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 (ב) עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה הנתונה חיובית?  
 (ג) רשום שני ערכים של  $x$  שבהם הפונקציה הנתונה חיובית.

תשובות:

1. (א)  $(-3, 0)$   
 (ב) תחום חיוביות:  $x \neq -3$   
 (ג) תחום עלייה:  $x > -3$ , תחום ירידה:  $x < -3$   
 (ד)  $y_{\min} = 0$
2. (א)  $(-4, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, -4)$   
 (ב)  $x < -4$  או  $x > 1$   
 (ג) למשל:  $x = -5$ ,  $x = 2$

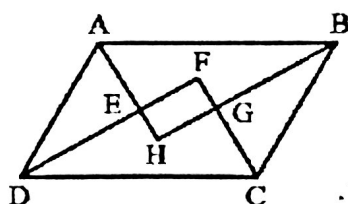
## גאומטריה.

1.



- בסרטוט שלפניכם, הישרים BE ו-CD נפגשים בנקודה O.  
 נתון כי:  $BO = CO$ ,  $DO = EO$   
 ו-  $\angle AOE = \angle AOD$ .  
 (א) הוכיחו כי  $AB = AC$ .  
 (ב) הוכיחו כי המרובע ADOE הוא דלתון.

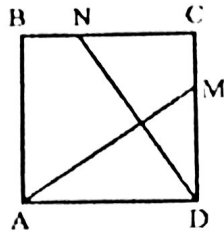
2.



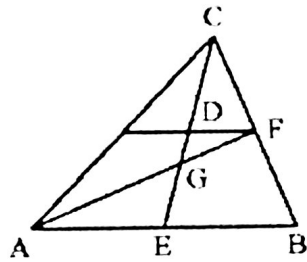
- נתון כי המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 מעבירים את ארבעת חוצי-זוויות המקבילית,  
 ומתקבל מרובע פנימי EFGH (ראו סרטוט).  
 הוכיחו כי המרובע הפנימי EFGH שהתקבל הוא מלבן.



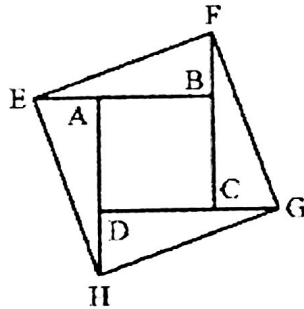
3. המרובע ABCD הוא ריבוע. על הצלעות CD ו-BC בחרו בהתאמה נקודות M ו-N, כך שמתקיים  $CM = BN$ .  
 (א) הוכיחו כי  $\angle DNC = \angle AMD$ .  
 (ב) הוכיחו כי  $AM \perp ND$ .



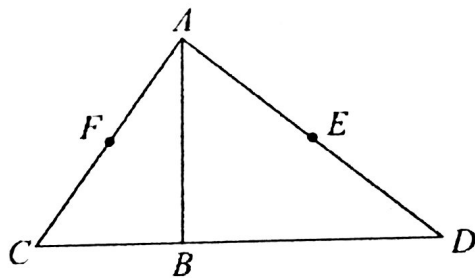
4. במשולש ABC הקטעים AF ו-CE הם תיכונים. כמו כן, נתון כי  $FD \parallel AB$ .  
 4 ס"מ  $EG =$ .  
 חשבו את אורך הקטע DG.



5. בסרטוט שלפניכם המרובע הפנימי ABCD הוא ריבוע. מאריכים את ארבע הצלעות הריבוע הפנימי, כך שמתקיים:  $AE = BF = CG = DH$ .  
 הוכיחו כי גם המרובע החיצוני EFGH הוא ריבוע.



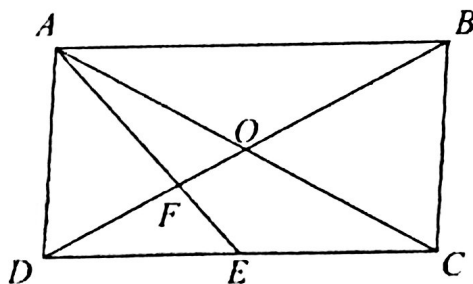
6. הישר AB הוא גובה במשולש  $\triangle ACD$ . הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AD ו-AC.  
 א. הוכח: המרובע CDEF הוא טרפז.  
 ב. הוכח: המרובע AEBF הוא דלתון.  
 ג. העבר את הישר EF הישרים AB ו-EF נחתכים בנקודה M.  
 נתון: 9 ס"מ  $FM =$ , 12 ס"מ  $AM =$ , 16 ס"מ  $EM =$ .  
 חשב את שטח המשולש  $\triangle ACD$  ואת היקפו.

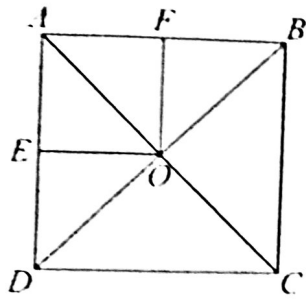


7. הנקודה E היא אמצע הצלע CD במקבילית ABCD שאלכסוניה נחתכים בנקודה O. הישר AE חותך את האלכסון BD בנקודה F.  
 א. חשב את היחסים:

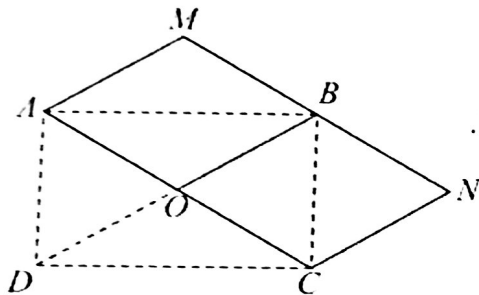
$$1. \frac{OF}{OD} \quad 2. \frac{BF}{DF}$$

- ב. נתון:  $AE \perp BD$ . הקף אילו מהמשולשים הבאים הם דומים:  
 1.  $\triangle AFO$  2.  $\triangle EDF$  3.  $\triangle ADF$  4.  $\triangle ABF$

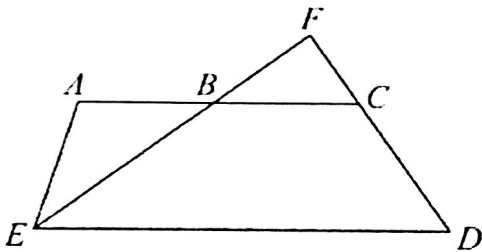




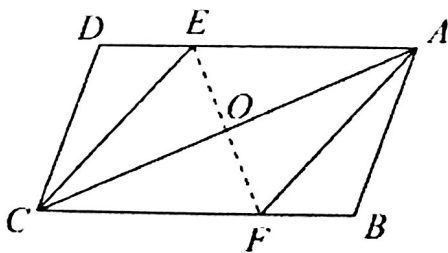
8. הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB ו-AD בריבוע ABCD.  
 אלכסוני הריבוע נחתכים בנקודה O.  
 א. הוכח: המרובע AFOE הוא ריבוע.  
 ב. הוכח: המרובע AFOD הוא טרפז.  
 ג. נתון שהיקף הריבוע ABCD הוא  $8a$ . הבע באמצעות a את:  
 1. היקף ושטח הריבוע AFOE.  
 2. שטח הטרפז AFOD.  
 ד. נתון ששטח הטרפז AFOD קטן ב-10 סמ"ר משטח הריבוע ABCD. מצא את ערכו של הפרמטר a.



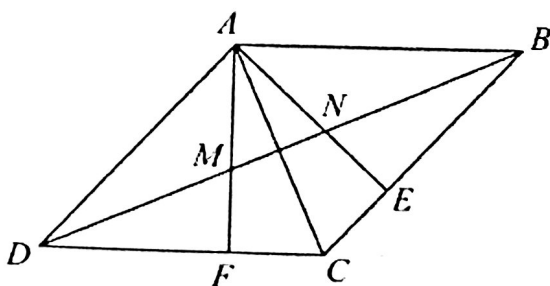
9. המקבילית AMNC מורכבת מהמעוינים AMBO ו-CNBO.  
 א. הוכח:  $AB \perp BC$ .  
 ב. המשיכו את הישר BO עד הנקודה D כך שמתקיים:  $BO=DO$ . הוכח: המרובע ABCD הוא מלבן.



10. נתון הטרפז ACDE ( $AC \parallel DE$ ). ממשיכים את השוק CD עד הנקודה F. הקטע EF והבסיס AC נחתכים בנקודה B.  
 נתון:  $\angle DFE = 90^\circ$ ,  $AB=AE$ , נסמן:  $\angle ABE = \alpha$ .  
 א. הבע באמצעות  $\alpha$  את הזוויות:  
 1.  $\angle AED$ .  
 2.  $\angle BCD$ .  
 ב. הוכח:  $\angle BAE = 2 \cdot \angle EDF$ .  
 ג. קבע האם ניתן לבנות משולש ששתיים מזוויותיו שוות לזווית  $\angle AED$  וזוויתו השלישית שווה לזווית  $\angle BCD$ . נמק.



11. הנקודות E ו-F נמצאות על צלעות המקבילית ABCD כך שמתקיים:  $\angle DAF = 2 \cdot \angle BAF$ ,  $\angle BCE = 2 \cdot \angle DCE$ .  
 הקטע EF והאלכסון AC נחתכים בנקודה O.  
 א. הוכח:  $OE=OF$ .  
 ב. נתון:  $\angle AEO = \angle AFO$ . הוכח: AECF מעוין.  
 ג. נתון:  $EF=6$  ס"מ,  $AE=5$  ס"מ. חשב את אורך AC.



12. במעוין ABCD הישרים AE ו-AF הם גבהים החותכים את האלכסון BD בנקודות M ו-N בהתאמה. הוכח:  
 א. המרובע AECF הוא דלתון.  
 ב. המרובע ENMF הוא טרפז שווה שוקיים.  
 ג.  $\angle EAF = 2 \cdot \angle BDC$ .