



עבודת קיץ במתמטיקה

למסיימי כיתות ט'

המיועדים ל- 5 יח"ל

1. יש להגיש את עבודת הקיץ בתחילת שנת הלימודים הבאה.
הגשת העבודה היא חובה לכל התלמידים.
2. בתחילת שנת הלימודים הבאה יתקיים בוחן על נושאים המופיעים בעבודה.

**חופשה נעימה ומהנה
צוות מתמטיקה**

אלגברה

פתרו את המשוואות:

ב. $x^2 - 5 = 0$

א. $\frac{2x^2 + 2x}{3} - 4 = 0$.1

נתונה המשוואה: $\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x - 3} - \frac{x - 3}{2x} = x$.2
לפניכם אחד מהשלים בפתרון של המשוואה:
תחום הצבה: $x \neq 0, 1.5$

$$\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x - 3} - \frac{x - 3}{2x} = x$$

$$2x(2x - 3) - (x - 3) = 2x^2$$

א. האם השלב המוצג נכון? אם כן, הסבירו כיצד הוא מתקבל מהמשוואה.
ב. פתרו את המשוואה.

לפניכם הביטוי: $\frac{a^2 - 4}{a - 2}$.3

$(a+2)(\cancel{a-2})$

עודד צמצם כך: $\frac{a^2 - 4}{\cancel{a-2}} = a + 2$

דניאל צמצמה כך: $\frac{\cancel{a^2} - \cancel{4}}{\cancel{a-2}} = a - 2$

מה ערך הביטוי $\left(\frac{a^7 - a^5}{a + 1}\right)^2$? .4

א. $\frac{a^{14} - a^{10}}{a + 1}$.ii $a^{10}(a-1)^2$.iii $\frac{a^{14} - a^{10}}{(a+1)^2}$.iv $\frac{a^4}{(a+1)^2}$

פתרו את המשוואות שלפניכם, רשמו תחום הצבה, הציגו את דרך הפתרון. .5

א. $\frac{(x+5)^2 - 4}{x+3} = 0$

ב. $\frac{1}{3} - \frac{4}{3x^2 - 48} = \frac{5}{12 - 3x}$

פתרו את המשוואה: $\frac{9}{4x^2 - 1} = \frac{5}{2x + 1} - \frac{2}{6x - 3} - 2$.6

7. את המשוואות הבאות פתרו בשתי דרכים שונות:

$$\frac{(x+7)^2 - 4}{x+5} = 0 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{x^2 - 9}{2x - 6} = 1 \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} xy = 16 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$$

8. פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ \frac{x-1}{2} - 2 = -\frac{y+2}{3} \end{cases}$$

9. פתרו את מערכת המשוואות:

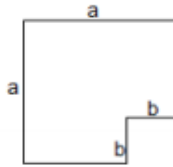
10. פרקו לגורמים את הביטויים הבאים:
 א) $x^{n-5} - x^{n-2} + x^{n+1}$ (יש מספר אפשרויות)

$$\text{ב) } 3(x - y) - 2b(y - x)$$

11. 5. הקיפו את הביטויים המתאימים (ייתכן שיש יותר מאפשרת אחת)

$\frac{1}{a^{-2}}$	a^{-2}	$-a^2$	$\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a}$	א. $\frac{1}{a^2}$
$3a^5$	$(3a)^{-5}$	$-3a^5$	$\left(\frac{a^5}{3}\right)^{-1}$	ב. $\frac{3}{a^{-5}}$
$(xy)^2 \cdot (-1)$	$\frac{x^2}{y^2}$	$\frac{1}{x^2 y^2}$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2$	ג. $x^2 y^{-2}$

12. א. חשבו את הערך של $a^2 - b^2$ במשוואה הבאה: $\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2} - \frac{3}{b-a} = a+b$



ב. לפניכם שרטוט של צורה ששטחה $a^2 - b^2$

על פי הערך של הביטוי שמצאתם בסעיף א'

איזה מבין הערכים הבאים יכול להיות הערך של a ?

1. $\sqrt{5}$ 2. 1.5 3. $\sqrt{3}$ 4. 1

13. עבור אילו ערכים של a ו- b מתקיים: $(a-b)^2 = a^2 - b^2$?

14. נתונה הפונקציה: $y = a(x-3)^2 + k$

הציבו במקום הפרמטרים a ו- k ערכים לפי התנאים הבאים:

א. לפונקציה נקודת מקסימום והיא חותכת את ציר x בשתי נקודות שונות

ב. לפונקציה נקודת מינימום והיא אינה חותכת את ציר x

ג. לפונקציה נקודת מינימום והיא חותכת את ציר y בנקודה $(0, -1)$

ד. לפונקציה נקודת מקסימום והיא חותכת את ציר x בנקודה אחת.

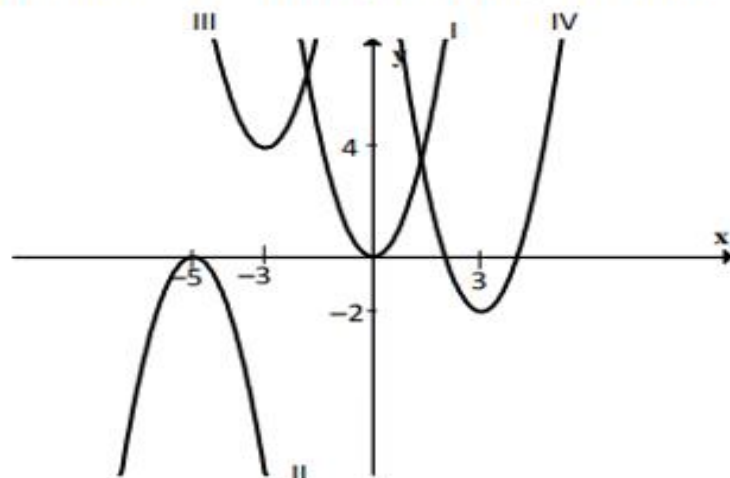
15. הפונקציה של פרבולה מספר I בשרטוט היא $y = 2x^2$

א. כתבו את ציר הסימטריה של הפרבולה המסומנת במספר II

ב. כתבו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה המסומנת במספר III

ג. כתבו את הפונקציה הריבועית המתאימה לפרבולה המסומנת במספר IV

ד. חשבו את נקודות החיתוך עם הצירים של הפרבולה המסומנת במספר IV



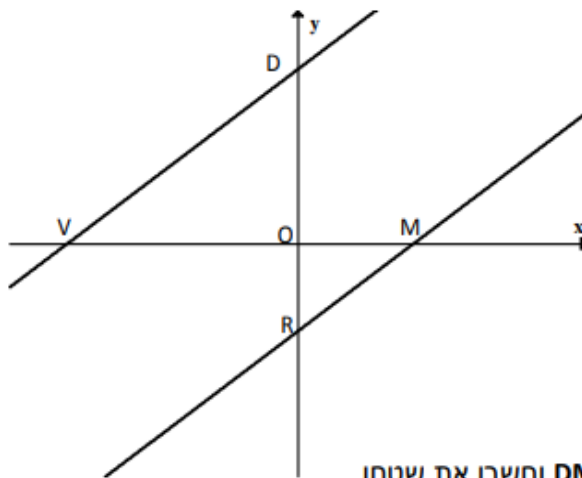
16. גרף הפונקציה $h(x)$ נוצר על ידי הזזת הפונקציה $f(x) = x^2$. נקודות האפס של הפונקציה (נקודות חיתוך עם ציר ה- x) הן $(2,0)$ ו $(8,0)$ ונקודת הפרבולה $h(x)$ מונח על הישר $y = -9$.
 א. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה $h(x)$?
 ב. רשמו את משוואת הפרבולה $h(x)$.
 ג. סרטטו את גרף הפונקציה $h(x)$.
 ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h(x)$.
 ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ו. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה $h(x)$ כלפי מעלה, כדי שתתקבל פרבולה

17. P ו- M הן שתי נקודות סימטריות על פרבולה, שציר הסימטריה שלה הוא $x = 3$ וכן $M(-1,5)$. מצאו את שיעורי הנקודה P . הסבירו באמצעות תרשים.

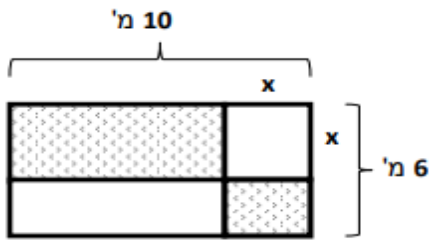
18. א. לפרבולות: $y = x^2 - 3x$ ו- $y = -x^2 + 3x$ אותן נקודות חיתוך עם ציר x . נכון / לא נכון (סמנו את התשובה הנכונה) ונמקו.

- ב. לפרבולות: $y = 2x^2 - 10x + 12$ ו- $y = 2(x - 5)^2 + 12$ אותה נקודת חיתוך עם ציר y . נכון / לא נכון (סמנו את התשובה הנכונה) ונמקו.

19. לפניכם גרפים של שתי פונקציות $f(x) = \frac{3}{4}x + 6$, $g(x) = \frac{3}{4}x - 3$



- א. האם המשולשים VDO ו- MRO דומים? נמקו את תשובתכם.
 אם המשולשים דומים, כתבו את יחס הדמיון.
 ב. חשבו את היקף משולש VOD .
 ג. רשמו את משוואת הקו הישר העובר בין הנקודות D ו- M .
 ד. רשמו את משוואת הקו הישר העובר בין הנקודות R ו- V .
 ה. קבעו איזה מרובע הוא מרובע $DMRV$ וחשבו את שטחו.



20. לגיל יש גינה בצורת מלבן, שצלעותיו 10 מ' ו- 6 מ'. הוא רוצה לשתול פרחים בשטח המסומן בשרטוט. את השטחים הלבנים, הריבוע והמלבן, הוא מרצף. א. x מייצג את אורך צלע הריבוע. רשמו פונקציה המתארת את השטח המיועד לפרחים.

ב. הון תכנן שהשטח המיועד לפרחים יהיה 30 מ"ר.

מה צריך להיות אורך צלע הריבוע כדי שהשטח המיועד לפרחים יהיה 30 מ"ר?

ג. הון רצה שהשטח המיועד לפרחים יהיה מכסימלי.

מה צריך להיות אורך צלע הריבוע? מה יהיה השטח המיועד לפרחים המכסימלי? מצאו את התשובה בדרך אלגברית ובדקו תשובתכם בעזרת גרף מתאים.

21. נתונות הפונקציות $f(x) = (x - 3)^2$ ו- $g(x) = x - 1$

לפניכם שרטוט הגרפים של הפונקציות:

א. רשמו את התחום שבו $f(x) < g(x)$

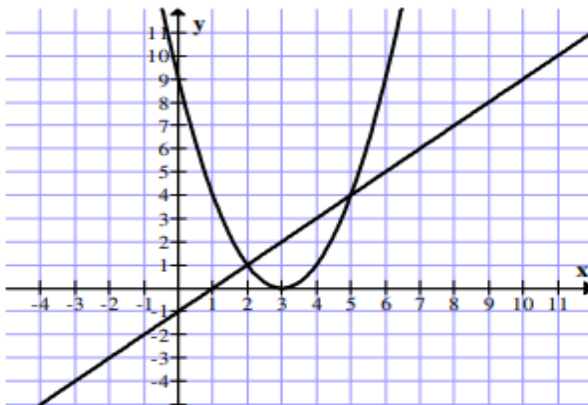
ב. שרטטו (בקו מקווקו) על אותה מערכת

צירים גרף של הפונקציה

$$m(x) = (x - 3)^2 - 4$$

ג. מצאו עבור אילו ערכים של x $m(x) = g(x)$

(הציגו פתרון אלגברי)

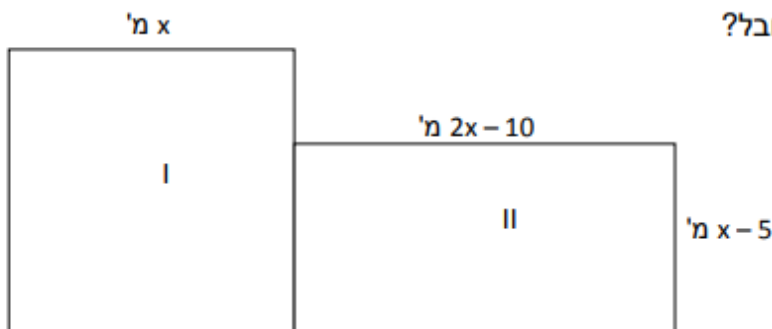


22. בבריכה צמח שצף על פני המים. כל שעה הצמח מכפיל את שטחו (השטח של הצמח בתום כל שעה הוא פי 2 מהשטח בתחילתה). 30 שעות מתחילת גדילתו הצמח כיסה את פני כל הבריכה.

כמה שעות מתחילת גדילתו כיסה הצמח את מחצית שטח הבריכה?

23. מחיר ספר ומחברת 50 ₪. הספר התייקר ב- 20% והמחברת הוזלה ב- 10%. תלמיד קנה 2 ספרים ו- 5 מחברות ושילם 141 ₪. מה היה מחיר הספר ומה היה מחיר המחברת לפני השינויים?

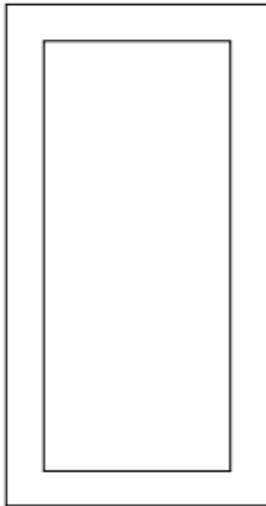
24. ליובל יש מגרש ריבועי (מסומן בשרטוט כמגרש I). הוא רכש מגרש מלבני הצמוד למגרשו (מסומן בשרטוט כמגרש II). שטח המגרש המלבני קטן ב- 25 מ"ר משטח המגרש הריבועי שהיה ליובל בתחילה. מה היקף המגרש החדש של יובל?



25. לאלכס ואנה מספר שקלים שווה. אלכס קנה ספר ושילם עליו $\frac{1}{3}$ ממספר השקלים שהיה בידיו. אנה קנתה תקליטור ושילמה עליו $\frac{1}{5}$ ממספר השקלים שהיה בידה. א. מה היחס בין מספר השקלים שיש לאלכס למספר השקלים שיש לאנה אחרי הקנייה? (מספר שלם של שקלים)
 א. 3 : 5 ב. 1 : 5 ג. 2 : 4 ד. 5 : 6
 ב. הציעו מספר מתאים של שקלים שיכול להיות לאלכס ואינה בתחילה.

26. קרנף מקיף מסלול מעגלי ב- 30 דקות. כמה זמן יקח לו ללכת את קוטר המעגל?

- i. 30π דקות ii. 15π דקות iii. $\frac{15}{\pi}$ דקות iv. $\frac{30}{\pi}$ דקות



27. נתון דף נייר בצורת מלבן שאורכו 20 ס"מ ורוחבו 10 ס"מ. רוצים לחתוך מתוכו מלבן פנימי כך שרוחב השוליים שיישאר יהיה שווה בארבעת הצדדים. נסמן ב- x את רוחב השוליים שמשאירים בכל צד של המלבן.

א. מהו הביטוי שמתאר את התחום האפשרי של כל אחד מהשוליים?

i. $0 < x < 10$

ii. $5 < x < 10$

iii. $0 < x < 5$

ב. מה צריך להיות רוחב כל אחד מהשוליים אם שטח המלבן הפנימי הוא 56 סמ"ר? הציגו את דרך הפתרון.

ג. חשבו את היקף המלבן הפנימי.

28. מכונית נסעה מעיר א' לעיר ב', מרחק של 660 ק"מ, במהירות מסויימת. בדרכה חזרה היא נסעה 3 שעות באותה מהירות, ולאחר מכן התעכבה למשך שעה וחצי. בהמשך הדרך נסעה המכונית במהירות הגדולה ב- 20 קמ"ש ממהירותה הקודמת, ולכן דרכה חזרה הייתה קצרה בחצי שעה מדרכה הלוך. מצאו את מהירות המכונית בדרכה הלוך.

29. רוכב אופניים יצא ממוקום א למקום ב הנמצא במרחק של 60 ק"מ.

כעבור שעתיים של נסיעה במהירות קבועה הוא התעכב למשך 45 דקות.

את שאר הדרך הוא עבר במהירות הגדולה פי 1.5 מהמהירות הקודמת.

הרוכב הגיע ליעדו רבע שעה לפני הזמן שהיה אמור להגיע לו נע במהירות

הראשונה ללא עיכובים.

30. רכבת יצאה מתחנה A לתחנה B במהירות של 80 קמ"ש ואחרה להגיע לתחנה B

ב-36 דקות.

בפעם אחרת יצאה שוב מ-A לעבר B במהירות של 90 קמ"ש ואחרה להגיע ל-B

ב-16 דקות.

א. מהו המרחק בין A ל-B?

ב. באיזו מהירות על הרכבת לנסוע כדי להגיע ל-B בדיוק בזמן (ללא איחור)?

31. משני מקומות A ו-B, שהמרחק ביניהם 120 ק"מ, יצאו ב-7:00 בבוקר זה לקראת זה

רוכב אופניים מ-B והולך רגל מ-A.

הם נפגשו ב-11:00 והמשיכו בדרכם. רטכב האופניים הגיע ל-A וחזר מיד.

בחזרה פגש את הולך הרגל בשעה 13:00.

מצאו את מהירותו של כל אחד מהם (ידוע, שמהירותם לאורך כל הדרך הייתה קבועה).

32. שני רוכבי אופניים התחרו לאורך מסלול של 80 ק"מ.

המהיר שביניהם יצא 45 דקות לאחר חברו, אך הגיע ליעדו 35 דקות לפני חברו.

באיזה מרחק מנקודת היציאה חלף הרוכב המהיר על פני חברו, אם מהירותו גדולה

פי 1.5 משל חברו?

קדם אנליזה

33. נתונה פונקציה ריבועית $f(x)$. גרף פרבולה עובר דרך הנקודה $(-1, -8)$.

הערך המינימלי שמקבלת הפונקציה הינו -9.

הפונקציה עולה בתחום $x > -2$

א. כתבו את הביטוי האלגברי המייצג את הפונקציה $f(x)$. נמקו איך מצאתם.

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מהו התחום בו הפונקציה $f(x)$ שלילית.

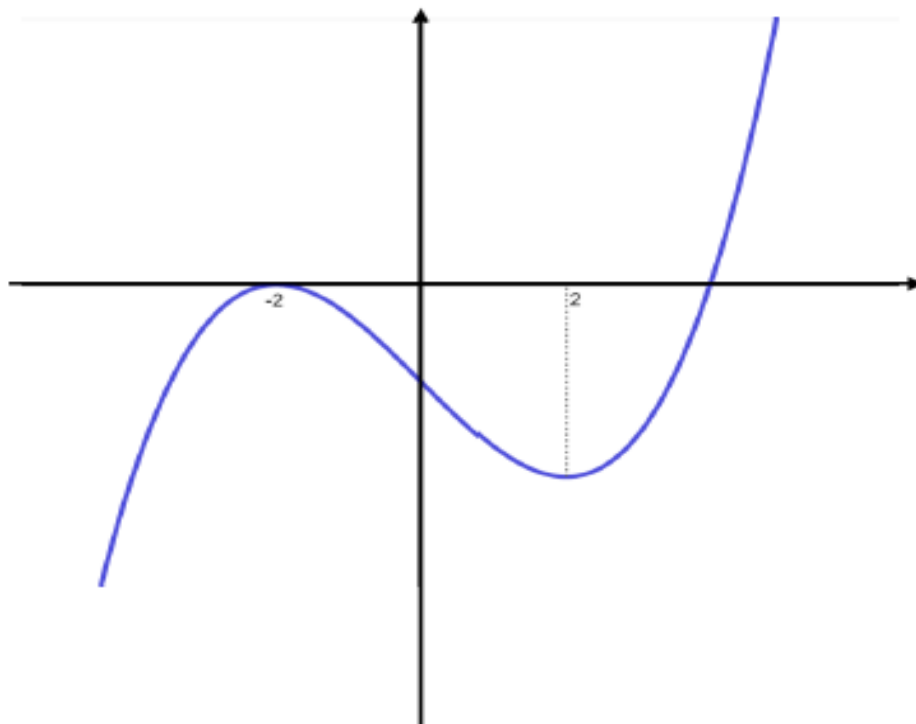
ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x + 3)$.

- מהן נקודות החיתוך עם ציר x של הפונקציה $g(x)$. נמקו

- מהו תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$.

ה. שרטטו גרף הפונקציה $k(x) = |g(x)|$.

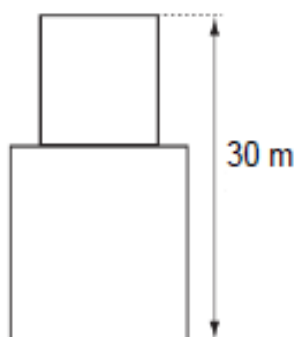
3.4 נתון לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = (x - 4)(x + 2)^2$



- א. מצאו נקודות חיתוך הפונקציה עם הצירים. הציגו דרך החישוב.
- ב. הפונקציה מקבלת את הערך המינימלי כאשר $x=2$. מצאו את שיעור נקודת המינימום.
- ג. מהו התחום בו הפונקציה $f(x)$ שלילית וגם יורדת?
- ד. נתונה הפונקציה $k(x) = f(x) + c$. עבור איזה ערכי c לפונקציה 3 נקודות חיתוך עם ציר x ? נמקו
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.
- שרטטו גרף הפונקציה $g(x)$.
- מהם שיעורי נקודות הקצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגם. נמקו

4. נתונה הפונקציה הריבועית $f(x) = -(x - 3)^2 + 16$

- א. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים. הציגו דרך הפתרון.
 ב. רשמו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה הנתונה, וקבעו את סוגה. נמקו
 ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$
- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$. הציגו איך מצאתם.
 - מצאו נקודות הקיצון לפונקציה $g(x)$.
 - שרטטו גרף הפונקציה $g(x)$.
 - מהו מספר הפתרונות של המשוואה: $g(x) = 3$. נמקו.
- ה. נתונה הפונקציה $k(x) = g(x + 3)$
- מה הם נקודות הקיצון של הפונקציה $k(x)$? מהו סוגן, נמקו.
 - לאילו ערכי x הפונקציה $k(x)$ עולה?



5. נתונה מפת בניין המורכב משני מבנים זה על גבי זה. המבנים משרטוט כשני ריבועים המונחים זה על זה. גובה הבניין 30 מטר (ראה ציור).
- א. סמנו ב x את גובה המבנה העליון, והבע באמצעות x את גובה המבנה התחתון.
- ב. כתבו בפונקציה המתארת את שטח חזית הבניין.
- ג. מצא מה צריך להיות x , כדי ששטח חזית הבניין תהיה מינימלית. נמקו
- ד. חשבו את השטח המינימלי. הציגו דרך החישוב.

גיאומטריה

37. המרובע ADBE הוא מעוין.

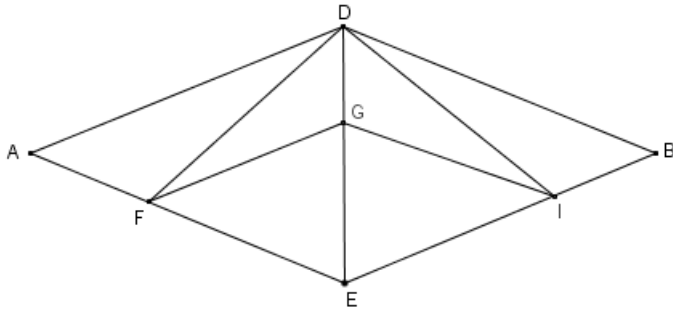
הנקודה G על האלכסון.

$GF \parallel AD, GI \parallel DB$

הוכיחו:

א. המרובע FDIE הוא דלתון

ב. המרובע FGIE הוא מעוין



38. משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$)

המרובע DEFG הוא מלבן חסום במשולש.

$AD : DB = 1 : 2$

GT תיכון לצלע BD במשולש GBD

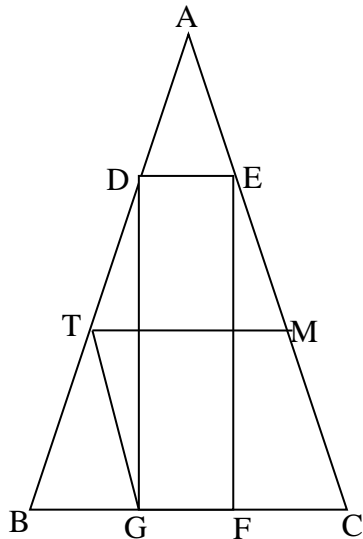
$TM \parallel BC$

הוכיחו:

א. $\triangle ADE \cong \triangle TBG$

ב. $BG = GF = FC$

ג. $TM = \frac{1}{2}(DE + BC)$



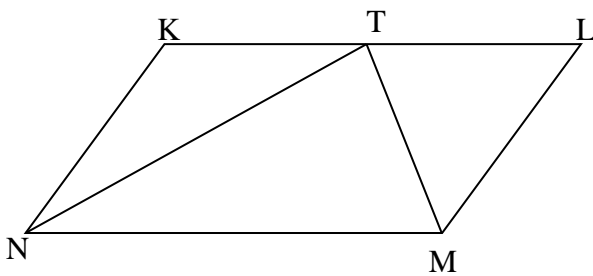
39. במקבילית KLMN, חוצה את הזווית N

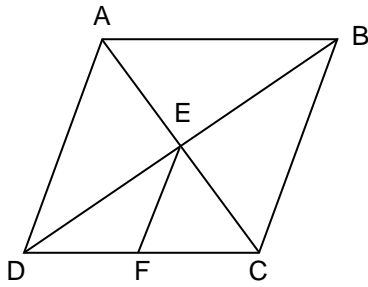
ונתון:

$\sphericalangle NTM = 80^\circ, NT = NM$

א. חשבו את זוויות המקבילית

ב. הוכיחו כי TM חוצה את $\sphericalangle NTL$





40. המרובע ABCD מעוין. E נקודת הפגישה של האלכסונים.

EF תיכון לצלע CD.

א. הוכיחו: המרובע EBCF טרפז.

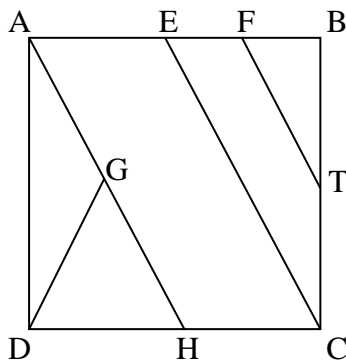
ב. נתון: $AC = 6$ ס"מ, $BD = 8$ ס"מ.

י. חשבו את שטח המעוין, הציגו את דרך החישוב.

י. חשבו את היקף המעוין, הציגו את דרך החישוב.

י. היקף הטרפז הוא (סמנו את התשובה הנכונה): נמקו.

א. 10 ס"מ ב. 14 ס"מ ג. 24 ס"מ ד. 28 ס"מ



41. המרובע ABCD הוא ריבוע.

נתון:

$FT \parallel EC, EC \parallel AH$

הנקודות E, F, G הן אמצעי הצלעות

AB, EB, AH בהתאמה.

הוכיחו:

א. $DG = FT$

ב. $GT \parallel AB$

42. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle A = 90^\circ, CD \parallel AB$)

E ו-F הן נקודות על הצלעות DC ו-AB בהתאמה.

נתון: $DF \parallel EB$

$EB \perp BC$

הנקודה G היא אמצע הקטע EC

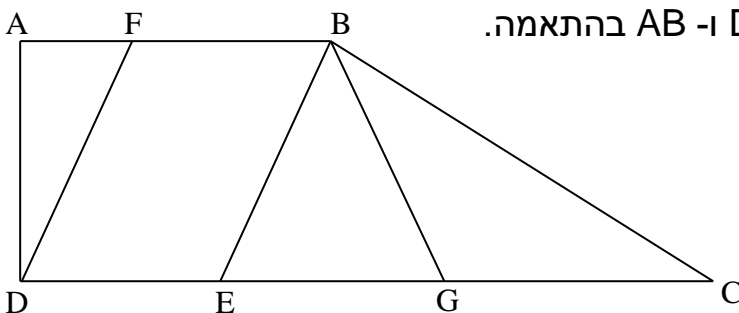
הוכיחו:

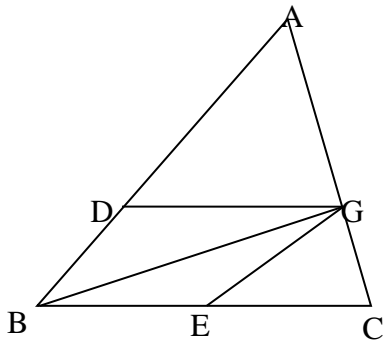
א. $\triangle AFD \sim \triangle BEC$

ב. BE חוצה זווית ABG

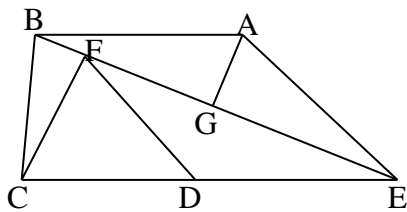
ג. עוד נתון: $\angle C = 30^\circ$

ד. הוכיחו: המרובע FBGD טרפז שווה שוקיים.

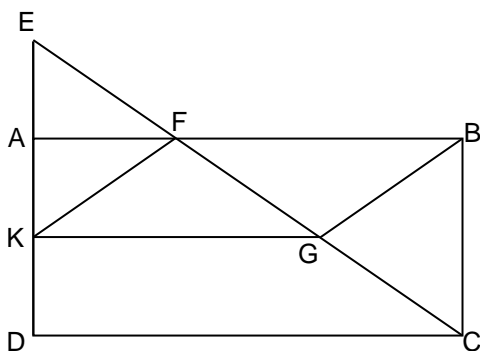




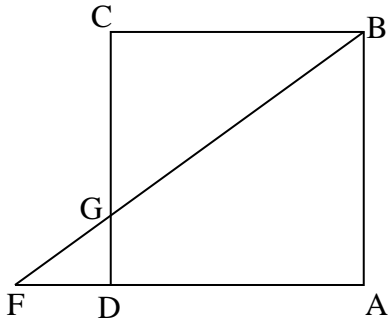
43. במשולש ABC , $BG \perp AC$
 GE תיכון לצלע BC במשולש BGC
 D נקודה על AB כך שמתקיים $\angle DGB = \angle EGB$
 הוכיחו:
 א. $DG \parallel BC$
 ב. $\triangle ADG \sim \triangle ABC$
 ג. הסבירו מדוע לא יתכן שמרובע $DGEB$ הוא מקבילית שאינה מעוין.



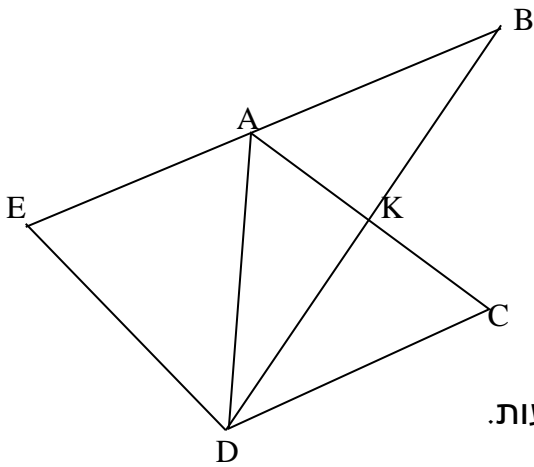
44. נתון טרפז $ABCE$ ($AB \parallel EC$)
 EB חוצה זווית CEA
 הנקודה G באמצע האלכסון BE
 א. הוכיחו: $AG \perp BE$
 ב. עוד נתון: הנקודה D היא אמצע הקטע CE
 והנקודה F נמצאת על האלכסון BE כך ש $CF \perp BE$, $EA = 4a$, $ED = 3a$
 הוכיחו כי $\triangle EAB \sim \triangle EDF$
 ג. נתון כי שטח המשולש EAB הוא S הביעו באמצעות S את שטחי המשולשים EDF ו- CEF



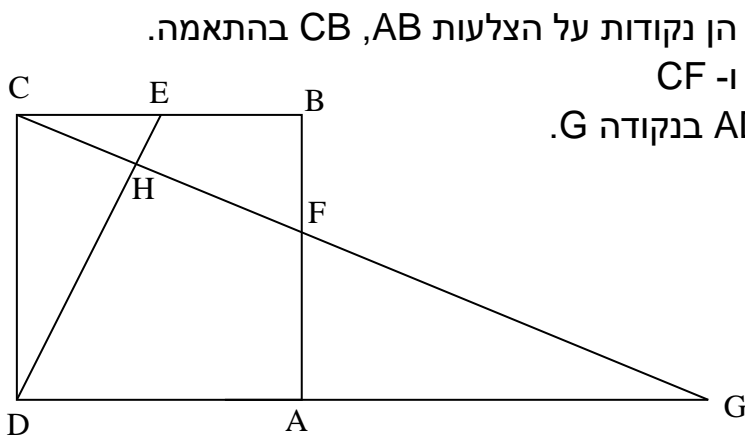
45. מרובע $ABCD$ הוא מלבן
 נתון:
 E על המשך AD כך ש: $AK = AE$
 F היא נקודת חיתוך של EC ו- AB
 על הקטע EC מונחת הנקודה G כך ש:
 $EF = FG = GC$
 הוכיחו:
 א. $\triangle EAF \sim \triangle CBF$
 ב. משולש EFK משולש שווה שוקיים
 ג. מרובע $FBGK$ מקבילית
 ד*. נתון: $BC = 8$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ. חשבו את שטח המקבילית $FBGK$.



46. המרובע ABCD הוא ריבוע.
 הנקודה G מונחת על הצלע DC כך ש: $GC = 3DG$
 הנקודה F על המשך הצלע AD.
 א. הוכיחו כי $AD = 3FD$
 ב. ידוע כי שטח המשולש FGD הוא 6 סמ"ר.
 1. חשבו את שטח המשולש BCG
 2. חשבו את שטח הריבוע ABCD



47. DK הוא תיכון לצלע AC במשולש ADC
 הנקודה B נמצאת על המשך DK כך ש $DK = BK$
 א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מקבילית
 ב. נתון עוד: הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB ומתקיים $EA = AB$
 הוכיחו כי $KC = 0.5ED$
 ג. נתון כי $\angle EDB = 90^\circ$
 הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מעוין
 ד. הוסיפו נתון כך שמשולש ACD יהיה משולש שווה צלעות.



48. ABCD ריבוע. הנקודות E, F הן נקודות על הצלעות AB, CB בהתאמה.

H היא נקודת החיתוך של DE ו- CF המשך CF נחתך עם המשך AD בנקודה G.

א. נתון: $CE = BF$

הוכיחו כי $\triangle CEH \sim \triangle GFA$

ב. נתון: $FA = 1.5BF$

1. חשבו את היחס $\frac{AG}{DA}$

2. חשבו את היחס $\frac{AG}{BF}$

עבודה נעימה .